

Hermann Gottschewski

$$\frac{\sqrt[3]{\frac{29 + 3\sqrt{93}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{29 - 3\sqrt{93}}{2}} + 1}{3}$$

Satz für Streichquartett

Komponiert im Dezember 2001

Werkeinführung zur Uraufführung in Freiburg am 23. Oktober 2022

Von diesem Quartettsatz habe ich drei unterschiedliche Bearbeitungen für automatisches Klavier erstellt, die zwischen 2007 und 2009 uraufgeführt bzw. im Internet publiziert wurden. (<http://fusehime.c.u-tokyo.ac.jp/gottschewski/Kompositionen/compositions.html>) Die originale Fassung für Streichquartett blieb jedoch wegen der Schwierigkeiten im Zusammenspiel über 20 Jahre lang unaufgeführt.

Unter „irrationalen Zahlen“ stellen sich die meisten Menschen etwas Kompliziertes vor. Und ohne Zweifel ist die oben auf dieser Seite stehende mathematische Formel nicht auf den ersten Blick durchschaubar. Um sie zu berechnen, benötigt man mindestens eine gute Rechenmaschine, und mit ihrer Herleitung, so sagte mir einmal ein Mathematikprofessor, habe eigentlich die moderne Mathematik begonnen. Es handelt sich um die schwierige Lösung einer einfachen Gleichung, nämlich $x^3 - x^2 = 1$.

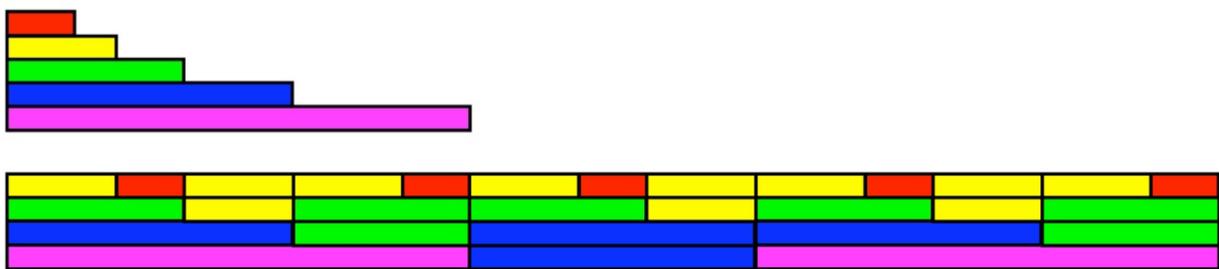
Man kann sich dieser Lösung auch ohne höhere Mathematik annähern, indem man verschiedene Werte für x einsetzt und jeweils ausrechnet, ob ein Wert größer oder kleiner als 1 herauskommt. Man kommt auf einen Näherungswert von 1,466, in noch größerer Näherung also auf das Verhältnis einer punktierten Viertelnote zu einer Viertelnote ohne Punkt (1,5 : 1). Warum diese Gleichung bzw. deren Lösung für die Bildung rhythmischer Strukturen in der Musik geeignet ist — und in der Musikgeschichte wohl erstmals meinem Streichquartettsatz von 2001 zugrunde gelegt wurde —, möchte ich in dieser Werkeinführung verständlich machen.

Die rhythmischen Strukturen komponierter Musik verwenden normalerweise hauptsächlich die Verhältnisse 1 : 2 und 1 : 3 sowie Potenzierungen und Kombinationen davon, seltener kompliziertere rationale Verhältnisse wie 4 : 5 oder 3 : 7. Irrationale Proportionen kommen nicht vor. Rationale Verhältnisse in der Musik haben den Vorteil, dass man daraus leicht Strukturen bauen kann, bei denen alles zueinander passt. Wenn zum Beispiel ein Pianist in der rechten Hand Achtel und in der linken Hand Achteltriolen spielt, also ein Tempoverhältnis von 2 zu 3 zwischen rechter und linker Hand realisiert, gibt es zwar immer einige Noten, die nicht gleichzeitig kommen (deshalb ist diese rhythmische Kombination für Anfänger schwer zu realisieren), aber auf den Viertelschlägen kommen immer beide Hände gleichzeitig, und somit hat alles seine Ordnung. Auch der Hörer kann dies leicht nachvollziehen. Würde man hingegen in zwei Stimmen gleichmäßige Noten in einem irrationalen Tempoverhältnis spielen, kämen vielleicht am Anfang zwei Töne gleichzeitig, aber danach nie wieder. Das wäre vollkommen unmöglich auszuführen, und falls man es doch ausführen könnte, wäre es für den Hörer sehr verwirrend. (Conlon Nancarrow hat allerdings solche Werke für mechanisches Klavier komponiert.)

Ich habe jedoch im Jahr 2001 entdeckt, dass dies nur gilt, wenn man *gleichmäßige* Noten in beiden Stimmen spielt. Verwendet man hingegen Rhythmen, in denen verschiedene, in einem irrationalen Verhältnis zueinander stehende Notenwerte vorkommen, kann man rhythmische Strukturen erzeugen, in denen alles zusammenpasst und auch leicht verständlich klingt. Der vorliegende Streichquartettsatz war mein erster Versuch, eine solche rhythmische Struktur in einer Komposition anzuwenden. Später habe ich die Idee noch für mehrere andere Werke fruchtbar gemacht (z.B. *Dreistimmiger Diminutionskanon in Duodezimen für Orgel* und *Großer Diminutionskanon für Klavier*, beide 2013; *Sprechkanon „Schöpferisch“*, 2014). Im Gegensatz zu den späteren Werken habe ich in dem Streichquartettsatz bewusst darauf verzichtet, andere ungewohnte oder originelle Dinge in das Werk einfließen zu lassen, um das Ohr des Zuhörers — und zuallererst mein eigenes Ohr — ganz auf die vollkommen neuartige rhythmische Komposition zu lenken. Daher klingt das Werk abgesehen vom Rhythmus ganz konventionell und gar nicht so, wie man es wahrscheinlich von „Neuer Musik“ erwartet.

Ich möchte, ehe ich die rhythmische Struktur dieses Werkes erkläre, zunächst mit einem noch einfacheren Beispiel beginnen. Es gibt ein Verhältnis, das „goldener Schnitt“ genannt wird. Wenn eine Strecke im Verhältnis des goldenen Schnitts in zwei Teile geteilt wird, verhält sich der kleinere der beiden Teile zum größeren so wie der größere Teil zur ganzen Strecke. Es gilt also die Gleichung $1 : x = x : (1 + x)$. Die Zahl x drückt das gesuchte Verhältnis aus. Es handelt sich auch um eine irrationale Zahl, deren Wert etwa 1,618 ist. Die Gleichung lässt sich umformen zu $x^2 - x = 1$. Die Ähnlichkeit zu der oben angegebenen Formel $x^3 - x^2 = 1$ ist offensichtlich.

Wenn man alle in einem mehrstimmigen Musikstück vorkommenden Notenwerte so festlegt, dass jede Tondauer zur nächstgrößeren im Verhältnis des goldenen Schnittes steht, kann in einer Stimme ein Notenwert mit dem nächstkleineren Wert kombiniert werden, während eine andere Stimme gleichzeitig den nächstgrößeren Wert spielt: Die Stimme mit den zwei Noten teilt dann den rhythmischen Wert der anderen Stimme gerade im Verhältnis des goldenen Schnittes. Wie in dem unten gezeichneten Beispiel gezeigt ist, wird durch die konsequente Durchführung dieses Teilungsprinzips ein rhythmischer Augmentationskanon möglich, in dem die einzelnen Stimmen im Tempoverhältnis des goldenen Schnittes zueinander stehen. Das heißt, die Stimmen führen exakt denselben Rhythmus in verschiedenen Tempi aus, wobei das Tempoverhältnis irrational ist, ohne dass sich deshalb Ungleichzeitigkeiten zwischen den Stimmen ergeben. In dem unteren Beispiel werden fünf verschiedene im Verhältnis des goldenen Schnitts zueinander stehende Notenwerte verwendet, wobei jede der vier Stimmen nur zwei verschiedene Notenwerte verwendet. In der Graphik unten sind zunächst die fünf Notenwerte durch Balken verschiedener Länge und dann die Kombination der Notenwerte in den vier Stimmen dargestellt.



Genau diese Struktur habe ich übrigens meiner *Zweistimmigen Invention für Klavier* von 2014 und der *Meditation und Fuge über „Ein feste Burg ist unser Gott“ für Orgel* von 2017 zugrunde gelegt.

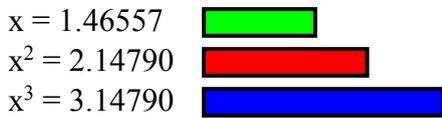
In meinem Streichquartettsatz habe ich etwas sehr Ähnliches gemacht, nur eine Spur komplexer. Ich habe Notenwerte verwendet, die genau in dem Verhältnis zueinander stehen, bei dem die Kombination eines Wertes mit dem *übernächst* kleineren den nächstgrößeren Wert ergibt. Dadurch wird die rhythmische Struktur etwas komplizierter: es müssen in jeder Stimme drei verschiedene Notenwerte verwendet werden, um zu synchronen Kombinationen zu kommen. Das hat für die Komposition zwei Vorzüge: Einerseits ergeben sich interessantere Rhythmen in den Einzelstimmen, andererseits ist das Tempoverhältnis für rhythmische Kanons nun $1 : 1,466$ statt $1 : 1,618$, so dass ein vierstimmiger Augmentationskanon noch gut ausgeführt werden kann, ohne dass eine Stimme übermäßig schnell oder übermäßig langsam wird.

Unten ist genau die rhythmische Struktur dargestellt, die ich in meinem Stück verwendet habe. Um den rhythmischen Kanon optisch deutlicher zu machen, habe ich in der folgenden Graphik die Farben nicht für konstante rhythmische Werte verwendet, sondern die Farben relativ zum Tempo der jeweiligen Stimme eingesetzt.

Von der ersten Violine gespielte Notenwerte (die Zahl 1 steht für die kürzeste vorkommende Note):



Von der zweiten Violine gespielte Notenwerte:



Von der Viola gespielte Notenwerte:



Vom Cello gespielte Notenwerte:



Vierstimmige Kombination:



In dem Streichquartettsatz werden die neuen musikalischen Möglichkeiten, die durch diese rhythmische Struktur ermöglicht werden, hauptsächlich an zwei Stellen hörbar:

Im Anfangs- und Schlussteil wird nach einigen einleitenden Takten eine Melodie (in der Partitur als „Hauptstimme“ gekennzeichnet) von der ersten Violine zur zweiten Violine, zur Viola und zum Cello gewissermaßen „durchgereicht“, wobei sich das Tempo dieser Melodie jeweils im Verhältnis von 1 : 1,466 verlangsamt. Das wiederholt sich genauso im Schlussteil.

Im Mittelteil wird nach einleitenden Akkorden zweimal ein strenger Augmentationskanon synchron von allen Instrumenten durchgeführt, bei dem nach und nach nur die langsameren Stimmen übrigbleiben, weil die schnelleren bereits fertig sind. Dadurch entsteht bei gleichbleibendem Tempo ein Ritardandoeffekt.

Dass manchen Musikliebhabern die in diesem Stück verwendete Mathematik zu kompliziert erscheint, kann ich nachvollziehen. Aber hören Sie bitte hin: Es klingt gar nicht kompliziert. Nach kurzem Einhören erschließt sich eine neue Dimension der Rhythmus- und Tempoerfahrung.